

第2讲 等积变换

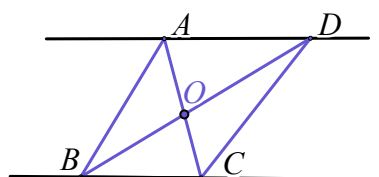
一、等积变换

等积变换的基本原理：

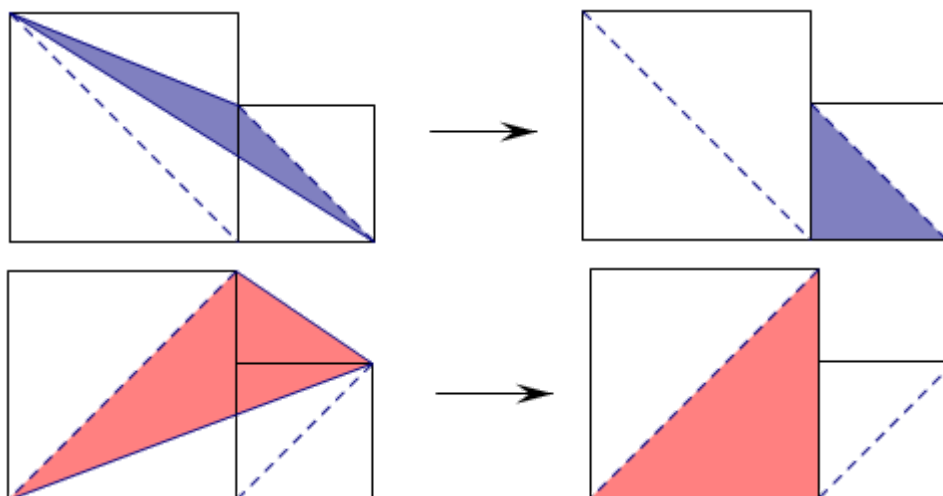
①_____.

①_____.

💡 等积变换应用

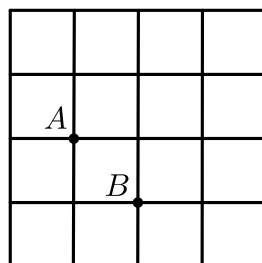


图中面积相等的三角形为：_____、_____

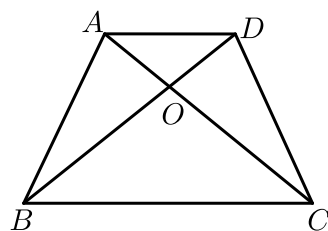


例题1

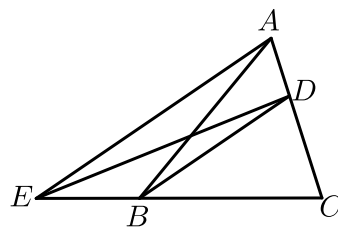
1. 如图，每个小正方形边长为1．在图中找一个 C 点（在网格上），使得 $\triangle ABC$ 面积为1，这样的 C 点有多少个？



2. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， AC 与 BD 相交于点 O ．

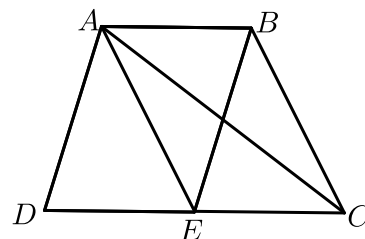


- (1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的面积相等吗？为什么？
- (2) 若 $S_{\triangle AOB} = 21\text{cm}^2$ ，求 $S_{\triangle COD}$ ．
- (3) 若 $S_{\triangle AOD} = 10\text{cm}^2$ ，且 $BO : OD = 2 : 1$ ，求 $S_{\triangle ABD}$ ．
3. 如图． $\triangle ABC$ 的面积为6， D 为 AC 边上一点， $AD = \frac{1}{2}CD$ ，连接 BD ．过点 A 作 DB 的平行线交 CB 的延长线于点 E ，连接 DE ，求 $\triangle EDB$ 的面积．

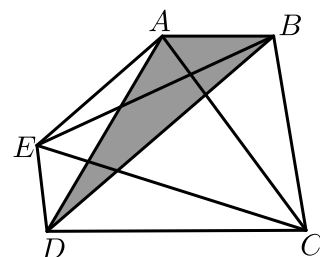


练习1

4. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $CD = 2AB$ ， $CE = DE$ ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为4，那么梯形 $ABCD$ 的面积为 _____ 。



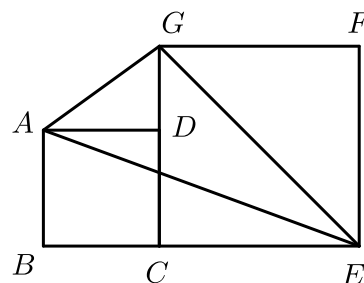
5. 如图， $AB \parallel DC$ ， $ED \parallel BC$ ， $AE \parallel BD$ ，那么图中与 $\triangle ABD$ 面积相等的三角形有（ ）。



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

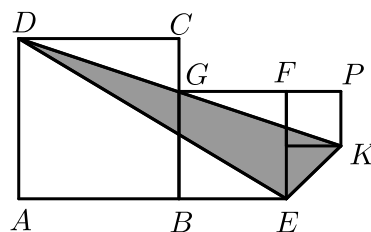
例题2

6. 已知，正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，正方形 $CEFG$ 的边长为 b ，且点 B 、 C 、 E 在一条直线上。连接 AG 、 GE 、 AE ，求 $S_{\triangle AGE}$ 。



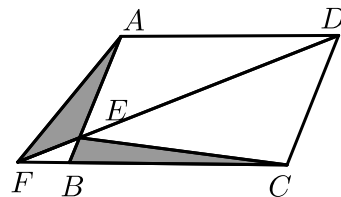
练习2

7. 如图，有三个正方形的顶点 D 、 G 、 K 恰好在同一条直线上，其中正方形 $GFEB$ 的边长为10cm，则阴影部分的面积为 _____ 。



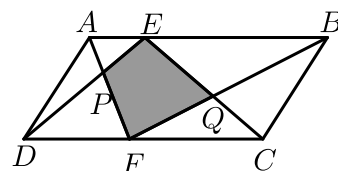
|| 例题3

8. 如图，已知点 B 在线段 CF 上， $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，则 $S_{\triangle AEF}$ 与 $S_{\triangle BCE}$ 的大小关系是 _____ .

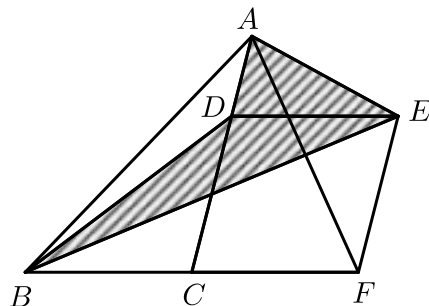


|| 练习3

9. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， E ， F 分别是 AB 、 DC 边上的点， AF 与 DE 相交于 P ， BF 与 CE 相交于点 Q ，若 $S_{\triangle APD} = 16$ ， $S_{\triangle BQC} = 25$ ，则图中阴影部分的面积为 _____ .



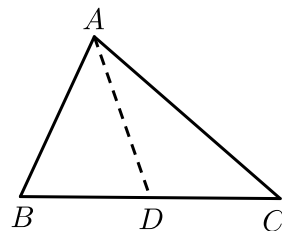
10. 如图，已知 $\triangle ABC$ 的面积为24，点 D 在线段 AC 上，点 F 在线段 BC 的延长线上，且 $BF = 2CF$ ， $EF \parallel AC$ ， $DE \parallel CF$ ，则图中阴影部分的面积为 _____ .



二、平分面积

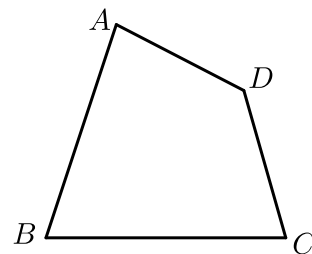
例题4

11. 已知：在三角形 ABC 中，若要过顶点 A 画一条直线平分三角形 ABC 的面积，只需取 BC 边的中点 D ，直线 AD 即为所求．因为此时三角形 ABD 和三角形 ACD 底边相等，高相同．如下图所示：



利用以上结论，解决下面问题：

如下图，张大爷家有一块四边形菜地，在 A 处有一口井．张大爷预想从 A 处引一条笔直的水渠，且这条笔直的水渠将四边形菜地分成面积相等的两部分．请你为张大爷设计一种引水渠的方案，画出图形并说明理由．



12. 操作与实践：

(1) 如图3，点 M 在 $\triangle ABC$ 的边上，过点 M 画一条平分三角形面积的直线．

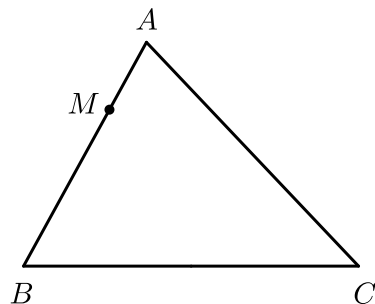
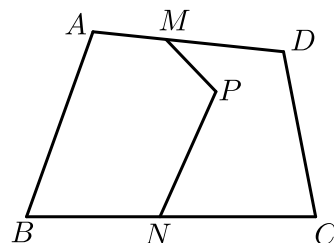


图 3

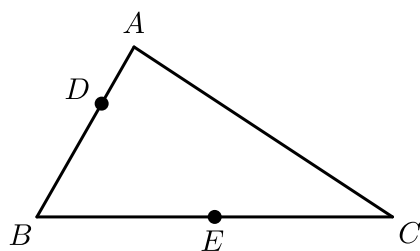
练习4

13. 如图，欲将一块四边形 $ABCD$ 耕地中间的一条折线段小路 MPN 改为过点 M 的直路 ME ，但不能改变原来折线小路两边的耕地面积的大小，应如何作图？（简述作法，保留作图痕迹）

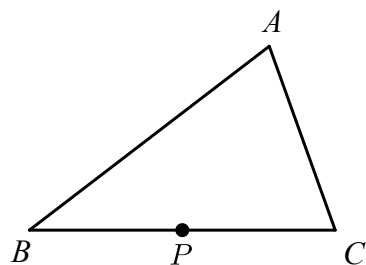


14. 请回答下列问题：

- (1) 如图所示， D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点，且 $AD < BD$ ， E 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点，能否过点 D 作一条直线把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分？



- (2) 如图所示， P 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点，求作：过点 P 作两条直线，将 $\triangle ABC$ 的面积三等分。



三、 平移和命题

平移和命题

平移

定义：在平面内，将一个图形_____移动一定的距离，这样的图形移动叫做平移.

性质：①一个图形沿某一直线方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形，_____和_____完全相同.

②新图形中的每一点，都是由原图形中的某一点移动后得到的，这两个点是_____. 两组对应点的连线_____（或在同一条直线上）且_____.

命题

定义：_____的语句叫命题.

命题的改写：数学中的命题常可以改写成_____的形式，这时“如果”后接的部分是_____，“那么”后接的部分是_____.

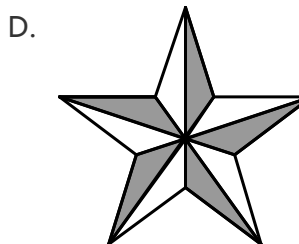
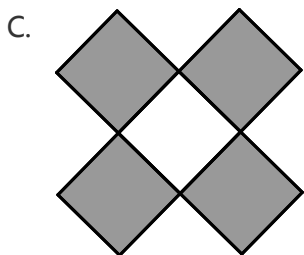
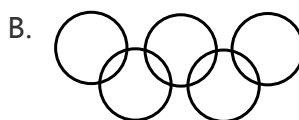
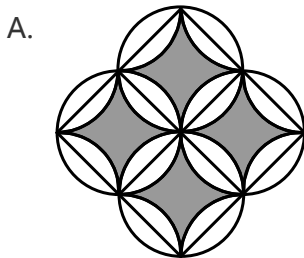
真命题：如果题设_____, 那么结论_____, 这样的命题叫做真命题.

假命题：如果题设_____时, _____保证结论一定成立, 这样的命题叫做假命题.

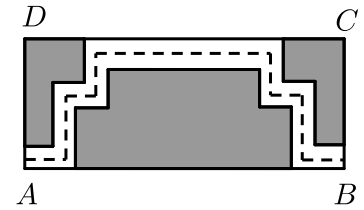
平移

例题5

15. 下列图形中不是由平移设计的是（ ）.



16. 如图是某公园里一处矩形风景欣赏区 $ABCD$ ，长 $AB = 50$ 米，宽 $BC = 25$ 米，为方便游人观赏，公园特意修建了如图所示的小路（图中非阴影部分），小路的宽均为1米，那小明沿着小路的中间，从出口 A 到出口 B 所走的路线（图中虚线）长为（ ）。



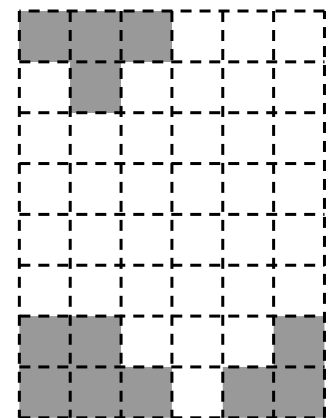
- A. 100米 B. 99米 C. 98米 D. 74米

练习5

17. 以下现象属于平移的是 _____ 。

- ①温度计中，液柱的上升与下降
- ②打气筒打气时，活塞的运动
- ③钟摆的摆动
- ④传送带上瓶装饮料的移动
- ⑤飞机起飞前在跑道上加速滑行
- ⑥汽车在笔直的公路上行驶
- ⑦游乐场的过山车在翻筋斗
- ⑧起重机将重物由地面竖直吊起到一定高度

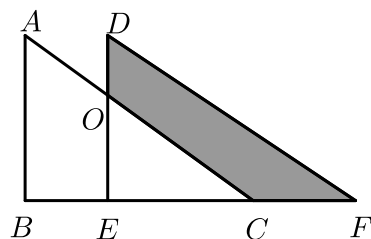
18. 如图，在俄罗斯方块游戏中，已拼成的图案如图所示，现又出现一小方块拼图向下运动，为了使所有图案消失，你必须（ ）。



- A. 向右平移1格 B. 向左平移1格 C. 向右平移2格 D. 向右平移3格

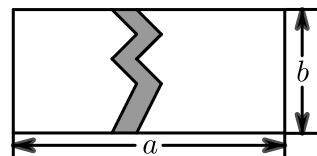
例题6

19. 如图，两个完全一样的直角三角形重叠在一起，将其中一个三角形沿着点 B 到点 C 的方向平移到三角形 DEF 的位置． $AB = 10$ ， $DO = 4$ ，平移距离为6，则阴影部分的面积为（ ）．



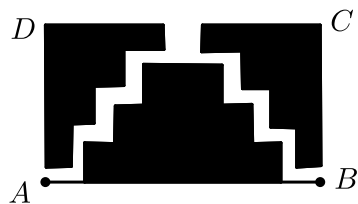
- A. 96 B. 84 C. 48 D. 42

20. 如图，在一块长为 a 米，宽为 b 米的长方形草地上，有一条弯曲的小路，小路的左边线向右平移1m就是它的右边线．则这块草地的绿地面积是（ ）平方米．



- A. ab B. $a(b - 1)$ C. $b(a - 1)$ D. $(a - 1)(b - 1)$

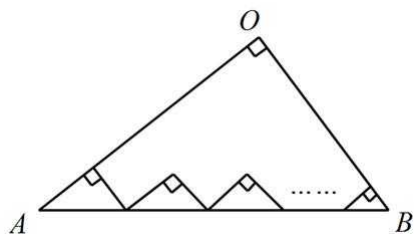
21. 如图是一块长方形场地的示意图，长 AB 为102m，宽 AD 为51m， A 、 B 两处入口的路宽都为1m，两条小路汇合处的路宽为2m，则其余部分种植草坪的面积为（ ）．



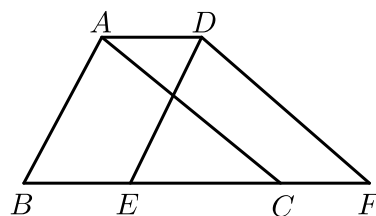
- A. 5050m^2 B. 4900m^2 C. 5000m^2 D. 499m^2

练习6

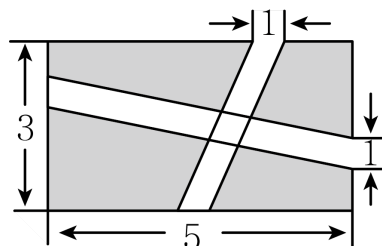
22. 如图，直角三角形 AOB 的周长为100，在其内部有 n 个小直角三角形，则 n 个小直角三角形的周长之和为 _____ ．



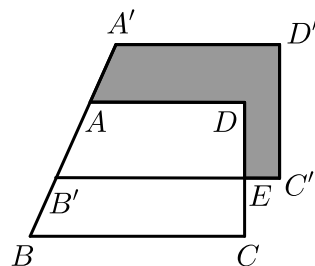
23. 如图，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移1个单位得到 $\triangle DEF$ ，若 $\triangle ABC$ 的周长等10cm，则四边形 $ABFD$ 的周长等于 _____ cm .



24. 根据图中数据可求阴影部分的面积和为 () .



- A. 12 B. 10 C. 8 D. 7
25. 如图，把直角梯形 $ABCD$ 沿 BA 方向平移得到梯形 $A'B'C'D'$ ， CD 与 $B'C'$ 相交于点 E ， $BC = 20\text{cm}$ ， $EC = 5\text{cm}$ ， $EC' = 4\text{cm}$ ，图中阴影部分的面积是 _____ cm^2 .

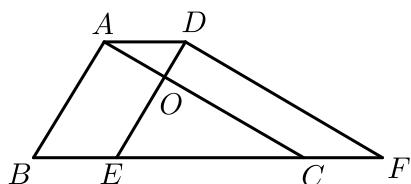


例题7

26. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 向右平移两个单位得到 $\triangle DEF$ ，连接 AD ，则下列结论：

- ① $AC \parallel DF$ ， $AC = DF$
- ② $ED \perp DF$
- ③ 四边形 $ABFD$ 的周长是16
- ④ $S_{\text{四边形}ABEO} = S_{\text{四边形}CFDO}$

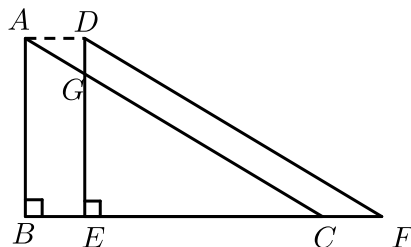
其中结论正确的个数有（ ）。



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

练习7

27. 如图，直角三角形 ABC 的直角边 $AB = 6$ ， $BC = 8$ ，将直角三角形 ABC 沿边 BC 的方向平移到三角形 DEF 的位置， DE 交 AC 于点 G ， $BE = 2$ ，三角形 CEG 的面积为13.5，下列结论：①三角形 ABC 平移的距离是4；② $EG = 4.5$ ；③ $AD \parallel CF$ ；④四边形 $ADFC$ 的面积为6，其中正确的结论是 _____。



命题

例题8

28. 将命题改写成“如果……，那么……”的形式，等角的余角相等 _____。

29. 下列命题中，是真命题的是（ ）。

- A. 两个锐角的和是锐角
- B. 邻补角是互补的角
- C. 同旁内角互补
- D. 两条直线被第三条直线所截，内错角相等

练习8

30. 指出下列各命题的题设和结论，并改写为“如果……，那么……”的形式．

- ①对顶角相等
- ②内错角相等
- ③两直线平行，同旁内角互补
- ④两条平行线被第三条直线所截，同位角相等
- ⑤平行于同一直线的两直线平行
- ⑥等角的补角相等．

31. 下列语句：①同一平面上，三条直线只有两个交点，则三条直线中必有两直线互相平行；②如果两条平行线被第三条直线所截，同旁内角相等，那么这两条平行线都与第三条直线垂直；③过一点有且只有一条直线与已知直线平行，其中（ ）．

- A. ①、②是真命题 B. ②、③是真命题 C. ①、③是真命题 D. 以上结论皆错

32. 下列命题中，

- ①若 $|a| = b$ ，则 $a = b$ ；
- ②若直线 $l_1 // l_2$ ， $l_1 // l_3$ ，则 $l_2 // l_3$ ；
- ③同角的补角相等；
- ④同位角相等．

是真命题的有 _____（填序号）．